

Dr. Bhushan Kumar Singh.
Asst. Prof.
DEPT of Commerce

Sub:- STATISTICAL ANALYSIS.
TOPIC - Spearman's Rank co-efficient
of correlation.

~~B~~ M.Com Sem-I

B. Com (Hons) - IV sem

B. Com (Prog.) II sem

1)

Spearman's Rank Co-efficient of Correlation

When should you use the Spearman's Rank-order Correlation

The Spearman's Rank-order Correlation is the non-parametric version of the Pearson product-moment correlation.

Spearman's correlation coefficient, (r_s , also signified by r_{xy}) measures the strength and direction of association between two ranked variables.

⇒ पदों की अनुस्थिति (Rank) के आधार पर सहसम्बन्ध गुणक की गणना करने की शक्ति का प्रतिपादन प्रो० (चार्ल्स स्पियरमैन) प्रो० Charles Spearman द्वारा किया गया। यह शक्ति श्रेणी के पदों की अनुस्थिति अथवा क्रम (Rank) पर आधारित है। पद-गुणों के आकार (Size) के अनुसार अनुस्थिति निश्चित की जाती है। सहसम्बन्ध (Correlation) ज्ञात करने की इस शक्ति का उपयोग उस कक्षा में किया जाता है, जबकि :-

- 1) पदों की निश्चयता की संख्यात्मक माप सम्भव न हो परन्तु उनको एक निश्चित क्रम में रखा जाना सम्भव हो, उदाहरणार्थ, सौन्दर्य प्रतियोगिता, भोजन बनाने की प्रतियोगिता, पुस्तकों की प्रतियोगिता, बाल-सौन्दर्य प्रतियोगिता आदि में प्रतियोगिता की एक क्रम में रखा जा सकता है, परन्तु उनके गुणों की संख्यात्मक रूप में गिनना सम्भव नहीं होता है।
- 2) समूहों में अनियमितता हो अथवा सीमान्त पर असुल हो या उनके व्यवहार में अयंजलता हो अनुस्थिति पर आधारित सहसम्बन्ध वितरण (Correlation Distribution) के धारणा होने की गारंटी पर आधारित नहीं होता है।

इस शक्ति का उपयोग वृन्निगत श्रेणी में ही हो सकता है, आवृत्ति वितरणों (frequency distributions) में नहीं सहसम्बन्ध गुणक ज्ञात करने के लिए मौलिक पद-गुणों को विचारित नहीं किया जाता, केवल उनकी अनुस्थिति के आधार पर सहसम्बन्ध गुणक की गणना की जाती है। इस शक्ति से सहसम्बन्ध गुणक ज्ञात करने का सूत्र निम्नलिखित है :-

$$r_c = 1 - \frac{6 \sum (X_R - Y_R)^2}{N(N^2 - 1)} \quad \text{or} \quad 1 - \frac{6 \sum d^2}{N(N^2 - 1)}$$

$$\text{or, } 1 - \frac{6 \sum d^2}{N^3 - N}$$

r_c = Rank Co-efficient of Correlation,
($X_R - Y_R$) = Difference between the Ranks of Paired Items of X and Y variable,

$\sum d^2$ = Total of Squares of Rank Differences

N = Number of Pairs of Items,

2

→ Spearman's Rank Correlation Co-efficient in case of Unequal Ranks.

In a painting competition the judges decided the ranks of 10 pictures as:

Pictures:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I Judge:	6	4	3	1	2	7	9	8	10	5
II Judge:	4	1	6	7	5	8	10	9	3	2

Calculation Table.

I Judge	II Judge	$d = x_1 - y_1$	d^2	
6	4	2	4	<p>इस Sol में Ranking किया हुआ है $(x-y)$ स्क्विड कम से कम d^2 निकालकर उसे का प्रयोग किंग का</p> <p>$r_c = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2-1)}$</p> <p>$= 1 - \frac{6 \times 128}{10(10^2-1)}$</p> <p>$= 1 - \frac{768}{10(99)}$</p> <p>$= 1 - \frac{768}{990}$</p> <p>$= 1 - 0.776 = 0.224$</p>
4	1	3	9	
3	6	-3	9	
1	7	-6	36	
2	5	-3	9	
7	8	-1	1	
9	10	-1	1	
8	9	-1	1	
10	3	7	49	
5	2	3	9	
उपलब्ध	$n = 10$		128	

क्योंकि स्पियरमैन की रि सहसंबंध गुणांक +0.224 है, अतः दोनों निर्णायकों में सहस्रि कम परिमाण में है।

(Method of Ranking) कोटि निर्धारित करने की रीति पद-गुणों के अनुसूचि निश्चित करने में सबसे बड़े आकार वाले गुण को 1, अथवा कम आकार वाले गुण को 2 और इसी प्रकार अनुसूचि-क्रम निश्चित किचे जाते हैं। अनुसूचि निश्चित करने में उस समय कठिनाई उपस्थित होती है, जबकि एक ही गुण के दो या अधिक पद इस श्रेणी में हो। इसी दशा में निम्न विधियों में से एक को अपनाया जा सकता है।

① Bracket Rank Method (कोष्ठक-अनुसूचि रीति) - इस रीति द्वारा समान गुण के सभी के समान क्रम या अनुसूचि निश्चित की जाती है। अगले गुण को अगला क्रम दिया जाता है निम्न उदाहरण से स्पष्ट हो जाता है:-

3

Item: 30 32 35 35 40 42
 Rank: 6 5 3 3 2 1

② औषत - अनुस्थिति रीति (Average Rank Method):- इस रीति द्वारा समान मूल्य के सभी पदों को उनकी अनुस्थिति की औषत के बराबर क्रम निश्चित किया जाता है, उदाहरणार्थ:-

Item: 30 32 35 35 40 42
 Rank: 6 5 3.5 3.5 2 1

Average = $\frac{3+4}{2}$
 $= \frac{7}{2} = 3.5$

Spearman's Rank Correlation Co-efficient ज्ञात करने के लिए अनुस्थिति निश्चित करने के पश्चात् x श्रेणी के क्रमों में y श्रेणी के क्रमों को व्यवहार क्रमानुसार (Rank Difference) निकाल कर उसका वर्ग (Square) करके उनका योग ज्ञात किया जाता है। इस विधि से x का मान भी \pm के बीच होता है।

Ex:- Find co-efficient of Correlation by Rank difference Method.

x : 20 22 24 25 30 32 28 21 26 35
 y : 16 15 20 21 19 18 22 24 23 25

Exp:-

X	X _R	Y	Y _R	d = X _R - Y _R	d ²	
20	10	16	9	+1	1	सूत्र:- $r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{N(N^2-1)}$ $r_s = 1 - \frac{6 \times 112}{10(10^2-1)}$ $r_s = 1 - \frac{672}{10(100-1)}$ $r_s = 1 - \frac{672}{10 \times 99}$ $r_s = 1 - \frac{672}{990}$ $r_s = 1 - 0.68$ $r_s = 0.32$
22	8	15	10	-2	4	
24	7	20	6	+1	1	
25	6	21	5	+1 (1)	1	
30	3	19	7	-4	16	
32	2	18	8	-6	36	
28	4	22	4	0	0	
21	9	24	2	+7	49	
26	5	23	3	+2	4	
35	1	25	1	0	0	
N=10	-	N=10	-	-	112	

\Rightarrow x तथा y में स्तरीय ऋणात्मक सहसंबन्ध है।

④
 3. Find Co-efficient of correlation by Rank-difference Method:-

X: 22 24 27 35 21 20 27 25 27 23
 Y: 30 38 40 50 38 25 38 36 41 32

X	R _X	Y	R _Y	d = R _X - R _Y	d ²	
22	8	30	9	-1	1	Bracket Rank Method
24	6	38	4	+2	4	द्वारा Rankway क्रम
27	2	40	3	-1	1	गना है
35	1	50	1	0	0	Average Rank Method
21	9	38	4	+5	25	द्वारा जो बना
20	10	25	10	0	0	सकने है
27	2	38	4	-2	4	अगर Sol में Method की
25	5	36	7	-2	4	दिएका है तो कोई भी
27	2	41	2	0	0	Method का प्रयोग
23	7	32	8	-1	1	का सकते है
N=10		N=10			Σd ² =40	Average Method

27 तीन बार आया है
 $\frac{2+3+4}{3} = \frac{9}{3} = 3$
 38 तीन बार आया है
 $\frac{4+5+6}{3} = \frac{15}{3} = 5$

क्षेत्री X में 27 तीन बार आया है, प्रत्येक 27 को कोडि 2, 2, 2 की गानी है तथा अगली कोडि 5 ली जाएगी क्योंकि में 27 38 तीन बार आया है, प्रत्येक 38 को कोडि 4, 4, 4 की गानी है अगली कोडि 7 ली जाएगी कोडि अन्तर सहसम्बन्ध गुणांक का सूत्र होगा -

$$r_s = 1 - \frac{6 \left[\sum d^2 + \frac{1}{2}(m_1^3 - m_1) + \frac{1}{2}(m_2^3 - m_2) \right]}{N(N^2 - 1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \left[40 + \frac{1}{2}(3^3 - 3) + \frac{1}{2}(3^3 - 3) \right]}{10(10^2 - 1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \left[40 + \frac{1}{2}(27 - 3) + \frac{1}{2}(27 - 3) \right]}{10(100 - 1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6(40 + 2 + 2)}{10 \times (99)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \times (44)}{990}$$

$$r_s = 1 - \frac{264}{990} \quad r_s = \frac{726}{990}$$

$$r_s = 40.73$$